



TRACKER, STELLARIUM E HISTÓRIA DA CIÊNCIA: DEDUZINDO A RELAÇÃO DO MCU E MHS A PARTIR DA DESCOBERTA DAS LUAS GALILEANAS

TRACKER, STELLARIUM AND THE HISTORY OF SCIENCE: DEDUCING THE RELATIONSHIP OF UCM AND SHM FROM THE DISCOVERY OF GALILEAN MOONS

Gustavo Fernandes Gonçalves¹, Vinicius Freire Fochesatto², Derlei Jurandir da
Silva³, Laura Freire Bombardelli⁴, Alexandre José Tuoto Silveira Mello⁵

¹ Universidade Tecnológica Federal do Paraná, goncalvesg@alunos.utfpr.edu.br

² Universidade Tecnológica Federal do Paraná, fochesatto@alunos.utfpr.edu.br

³ Universidade Tecnológica Federal do Paraná, derleis@alunos.utfpr.edu.br

⁴ Universidade Tecnológica Federal do Paraná, laurafreire@alunos.utfpr.edu.br

⁵ Universidade Tecnológica Federal do Paraná, ajmello@utfpr.edu.br

Resumo: *Este artigo apresenta uma proposta de estratégia de ensino que tem por objetivo expor a relação do Movimento Harmônico Simples e do Movimento Circular Uniforme a partir de um evento da história da astronomia: a descoberta das Luas Galileanas. Em 1610, no livro Sidereus Nuncius, Galileu Galilei apresentou argumentos favoráveis à existência de satélites orbitando o Planeta Júpiter em um exercício que hoje lemos como a correlação do MHS e o MCU. Adaptando o raciocínio utilizado por Galileu utilizaremos os softwares livres de ensino de física e astronomia Tracker e Stellarium, respectivamente responsáveis por vídeoanálise do movimento MCU e a reprodução das visualizações de Galileu, para discutir a origem da dedução das equações do MHS a partir da visualização de uma Projeção de um Movimento Circular Uniforme. Com base na sequência de abordagens encontradas na estratégia de ensino o presente artigo propõe a combinação dos softwares Stellarium e Tracker como uma alternativa didática, para salas de aula do ensino médio, demonstrando a origem da conclusão de Galileu e uma dedução para o MHS, sem exigir equações diferenciais comumente inerentes na dedução de equações do movimento oscilatório.*

Palavras-chave: Astronomia. Tracker; Stellarium; MHS, MCU.

Abstract: *This article presents a proposal of a teaching strategy, that aims to expose the relation between Simple Harmonic Motion and Uniform Circular Motion from an astronomy historic event: the discovery of the Galilean Moons. In 1610, in the book Sidereus Nuncius, Galileo Galilei presented arguments in favor of the existence of satellites orbiting the Planet Jupiter in an exercise that today we read as the correlation of SHM and UCM. Adapting Galileo's reasoning, we will use free softwares on physics and astronomy teaching: Tracker and Stellarium, respectively responsible for video-analysis of the SHM and UCM motion and the reproduction of the Galileo's visualization, to discuss the origin of the deductions of the equations of MHS by the visualization of a projection of a Uniform Circular Motion. Based in the sequence of the approaches found in the teaching strategy this article proposes that the combination of the softwares Stellarium and Tracker as didactic alternative, for high school classrooms, demonstrating the origin of Galileo's conclusion and a deduction for the SHM, without requiring differential equations commonly inherent in the deduction of equations of oscillatory motion.*

Keywords: Astronomy; Tracker; Stellarium; SHM; UCM.

INTRODUÇÃO:

Propostas didáticas que relacionam o Movimento Harmônico Simples ao Movimento Circular Uniforme (Salazart, 2016; Silva et al, 2017; Meneses, 2022) são bastantes comuns no ensino física. Esse argumento é também comumente utilizado em livros didáticos e o principal motivo é a não exigência de equações diferenciais ordinárias (*EDOs*), equações estas por um lado incompatíveis com alunos do ensino médio e por outro inerentes a deduções convencionais do movimento oscilatório.

A dedução das equações do movimento circular e *MHS* são comumente obtidas a partir da resolução de Equações Diferenciais que descrevem esses fenômenos. Um exemplo bastante tradicional é o apresentado por (MOYSES, 2014) relacionado a energia mecânica do *MHS* analisado e a definição de força elástica:

$$F(x) = -kx \qquad U(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

$$mx = F(\ddot{x}) = -kx$$

$$\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2x$$

Uma relação que pode ser obtida de um dos conjuntos solução de solução é:

$$x = x_{max} \text{sen}(\omega t + \varphi_0) \qquad (\text{eq. 1})$$

Onde:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad (\text{eq. 2})$$

Essa dedução formal para a equação da posição e período, apesar de bastante detalhada e comum nos cursos de graduação de física, não é uma possibilidade para tratar o assunto nas salas de aula do ensino básico.

A alternativa que normalmente resta aos professores do ensino médio, que por motivos curriculares não podem utilizar de resolução de *EDOs* em sala de aula, é apresentar semelhanças do Movimento Harmônico Simples como a projeção de um Movimento Circular. Essa técnica permite comparar as grandezas envolvidas e indicar comportamentos do fenômeno com um conteúdo estudado anteriormente. O problema da simples comparação das grandezas é a possibilidade do surgimento de obstáculos de aprendizagem como a confusão da frequência angular e a aceleração angular, grandezas essencialmente diferentes, mas comumente confundidas por alunos da educação básica.

O objetivo desta proposta de estratégia de ensino é fugir da simples relação dos dois movimentos a partir da comparação das grandezas envolvidas, a fim de evitar obstáculos de aprendizagem que surgem na simples correlação dos dois movimentos. Como uma alternativa mais sólida para apresentar a relação do *MCU* e do *MHS*, propomos por meio desta publicação apresentar a relação dos movimentos entre suas equações e interpretações gráficas. O presente artigo propõe uma sequência de conteúdo que aborda os dois movimentos a partir de um evento da história da astronomia: a descoberta das Luas Galileanas. Esta proposta será feita por meio do uso de dois softwares de ensino de física e astronomia: o *Stellarium* e o *Tracker*.

A MOTIVAÇÃO HISTÓRICA: GALILEU E O SIDEREUS NUNCIUS

Sidereus Nuncius, traduzido para o português como “O Mensageiro das Estrelas” ou “A Mensagem das Estrelas”, é uma obra publicada por Galileu Galilei em 1610. De acordo com Henrique (2010, apud GALILEI, 1610) A obra descreve a histórica relação de Galileu com o instrumento que deu origem ao telescópio moderno e o trabalho do cientista em suas primeiras observações astronômicas: da Lua, de estrelas, aglomerados estelares, nebulosas e do planeta Júpiter acompanhado do que viria descobrir ser seus satélites naturais.

As observações de Galileu em que nos dedicaremos a reproduzir neste artigo iniciaram-se em janeiro do ano da publicação de seu livro, em 1610. A posição do planeta na época era favorável ao feito, pois se encontrava em oposição ao referencial terrestre. Ao observar pela primeira vez, na primeira hora da noite do dia 7 de janeiro, Galileu aponta a existência de três pequenas, mas brilhantes, "estrelas" ao lado de Júpiter (GALILEI, 1718).

As observações são repetidas nos dias seguintes e intensificadas quando Galileu nota que as “estrelas” se encontram em lugares diferentes em relação ao plano de fundo a cada dia que passa. O que, a princípio, Galileu acreditava ser ocasionado pelo movimento do planeta, mais tarde teve como hipótese o movimento próprio das pequenas estrelas, ao perceber que uma reta ligava esses pequenos pontos antes invisíveis ao olho humano. (GALILEI, 1610)



Figura 01: anotação da ocultação do satélite por Galileu (GALILEI, 1610)

Com sua sequência de anotações, pôde catalogar e identificar a variação da intensidade do brilho destes objetos celestes, e, dada a precisão das suas observações, foi possível, inclusive, identificar a variação do movimento das suas “estrelas” em relação às estrelas de fundo em uma mesma noite. (GALILEI, 1610)

Galileu publica, no *Sidereus Nuncius*, mais de 60 ilustrações das suas observações ao longo dos quase dois meses, a última sendo do dia 2 de março de 1610. Certo de que estava diante de uma descoberta magnífica e sem poder esperar mais para compartilhar sua descoberta incrível com o restante do mundo, Galileu conclui que era a primeira pessoa em toda a História a observar esses objetos, portanto era seu descobridor, assim nomeou-os como “Planetas Mediceus”, em homenagem ao nobre italiano, Cosme II de Medici. (GALILEI, 1987; GALILEI, 1610)

Galileu não tinha como realizar suas observações de outro ponto do sistema solar, assim, via os satélites de Júpiter descrevendo um movimento análogo ao que conhecemos como MHS, a partir da observação da variação de brilho e posição desses objetos, conectou todos os seus conhecimentos acerca do movimento dos corpos e concluiu que eles revolucionam ao redor do planeta Júpiter, que podemos aproximar para o MCU, embora não tenha calculado seus períodos, identificou que as que descrevem círculos menores ao redor de Júpiter o fazem em um período menor do que as que descrevem um círculo maior. Também chama atenção para o fato de que essas estrelas, circulando Júpiter o acompanhavam em sua viagem de 12 anos ao redor do Sol, da mesma forma que a Lua acompanha a Terra. (GALILEI, 1610)

VIDEOANÁLISE COM O TRACKER

O software *Tracker* é um aplicativo para desktop de código aberto, onde é possível fazer a análise de um vídeo para obter seus dados físicos, como a posição do objeto no espaço, sua velocidade, aceleração entre outras grandezas físicas disponíveis. Entre as ferramentas existentes é possível a construção de gráficos de diversas grandezas e ajustar suas curvas seja de forma linear, trigonométrica ou polinomial para geração dos coeficientes dessas equações. Assim como a produção de tabelas relacionando as grandezas físicas desejadas.

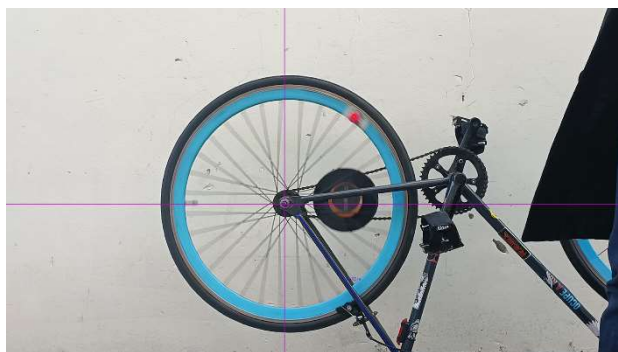


Figura 02: *disposição da roda da bicicleta, de face, para análise da posição do ponto P em vermelho no tempo*

De acordo com (BORDIN et al., 2022) é possível notar um aumento na utilização do software *Tracker* na educação entre os anos de 2001 a 2018, na revisão de literatura feita pelos autores é perceptível um aumento na quantidade de propostas didáticas que existem e já foram aplicadas em sala de aula para o ensino de diversos temas de física. Sendo o objetivo deste artigo apresentar mais uma possibilidade na utilização desse aplicativo em sala de aula.

Metodologicamente para a realização da videoanálise do movimento circular estudado foram seguidos os seguintes passos: 1º calibrar a escala métrica do software usando um comprimento conhecido de um objeto do vídeo, no caso um dos componentes do quadro da bicicleta; 2º escolhido um ponto P na roda da bicicleta, vista de face, para ser trackeado registrando sua coordenada no decorrer do tempo, para isso foi anexada ao aro da bicicleta uma tampa de garrafa pet de cor vermelha contrastante ao fundo; 3º com a análise do comportamento do ponto P no tempo são gerados inúmeros gráficos, inclusive a projeção em uma coordenada y (t) do movimento circular.



Figura 03: *evolução temporal do ponto P gerando dados de onde o software pode derivar novas análises*

Os principais resultados dessa análise que nos interessam é a correlação do movimento circular com sua projeção em uma componente $y(t)$. Para isso podemos analisar dois resultados gerados pelo *Tracker*, a trajetória de uma revolução, gráfico (y, x) e o gráfico (t, y) que é a evolução temporal de uma coordenada cartesiana no tempo, este último é o equivalente a mudança de coordenadas apresentada na introdução, todavia, agora obtido sem nenhuma necessidade Equações Diferenciais, mas apenas por técnicas de videoanálise.

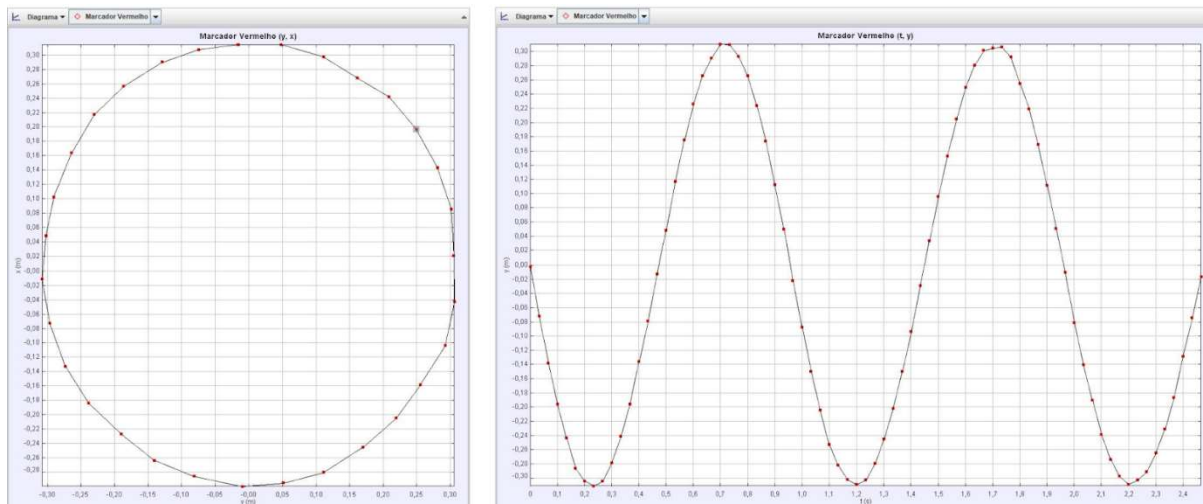


Figura 04: trajetória (x, y) e projeção do movimento em uma coordenada cartesiana (t, y)

O equivalente a essa projeção do movimento circular normalmente interpretado pela evolução temporal de um ângulo teta no tempo, (t, θ) , em uma única coordenada cartesiana pode ser demonstrado analisando o mesmo movimento, mas com a roda da bicicleta posicionada de perfil. Com o posicionamento adequado da câmera e fazendo uma aproximação ao ignorar a tridimensionalidade do movimento do nosso marcador na roda é possível obter de forma direta o gráfico da projeção da componente (t, y) que se comporta com os pontos ajustados a função trigonometria de forma semelhante a um movimento harmônico simples (SILVA, 2017):

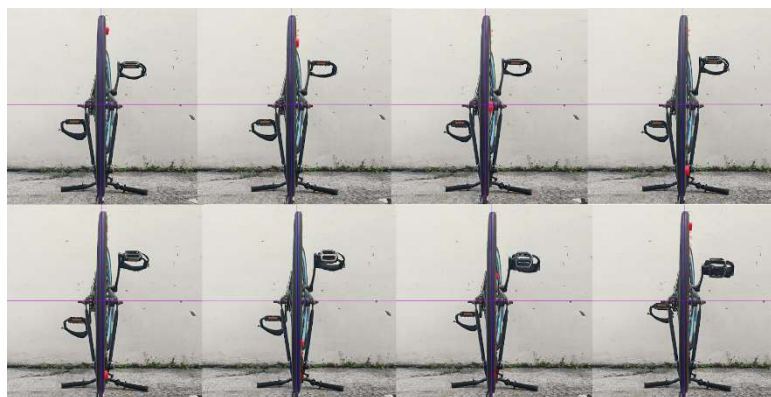


Figura 05: evolução temporal do ponto P com a roda da bicicleta posicionada de perfil

A equação atribuída a esses pontos obtidos no *Tracker* é um ajuste trigonométrico do tipo senoidal, cuja equivalência com a equação 1 é facilmente identificada com os coeficientes A , B e C gerados pelo *Tracker*:



Figura 06: ajuste trigonometria obtido pelo Tracker e seus coeficientes equivalentes da eq 1

Podemos argumentar a partir dessa análise que a projeção de um movimento *MCU* em uma única componente cartesiana se comporta com a mesma descrição matemática de um *MHS*. A obtenção destes gráficos pode ser perfeitamente reproduzida em salas de aula do ensino médio e a interpretação gráfica desta componente será retomada como argumento de equivalência da relação dos movimentos.

REPRODUZINDO AS OBSERVAÇÕES DE GALILEU NO STELLARIUM

O software *Stellarium* é um dos maiores simuladores de planetário de código aberto sendo gratuito tanto para desktop como para mobile. Sua principal função é permitir a visualização da esfera celeste e a localização de seus diversos objetos astronômicos acompanhado também de uma breve seleção de suas principais informações. Entre as ferramentas apresentadas no Userguide do *Stellarium* (ZOTTI; WOLF, 2020) uma das ferramentas mais importantes para o desenvolvimento dessas propostas didáticas e a possibilidade da visualização de objetos espaciais por meio de diferentes telescópios além apenas do olho nu, com uma vasta gama de modelos já existentes sem deixar de permitir a personalização para criação de um telescópio com características próprias.

Por meio das ferramentas do software citadas anteriormente foi possível a criação de um telescópio personalizado utilizando os dados da luneta de Galileu com uma distância focal de 1330 mm e uma abertura de 37 mm (GALILEI, 1718), em conjunto com a alteração da data da observação para o dia 7 de janeiro de 1610 e para a hora aproximada da observação 16:30h é possível obter a mesma visualização que Galilei teve na época.

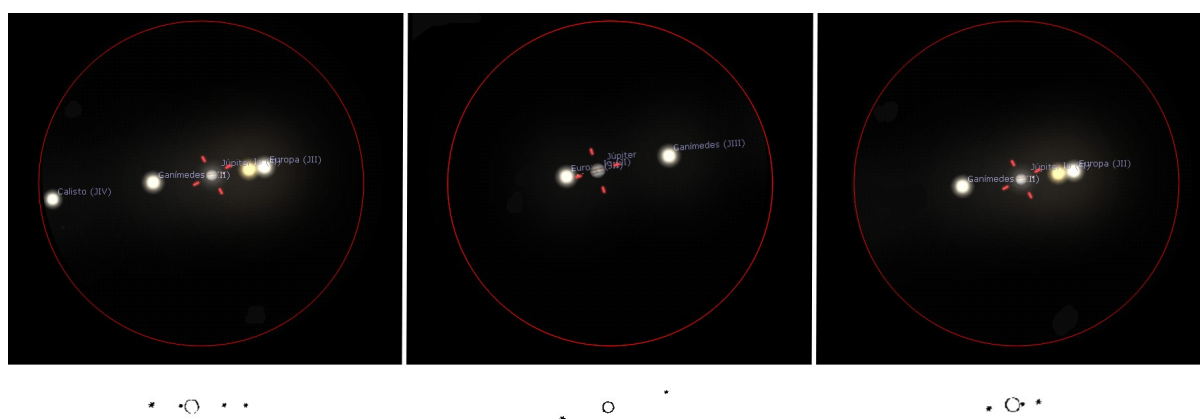


Figura 07: observação no Stellarium e registro de Galileo

Alterando a data de observação para dia 7 de janeiro de 1610, como relatado em *Sidereus Nuncis*, e captando dados da elongação de Calisto em relação a Júpiter durante cerca de 10 dias, foi possível obter o gráfico presente na Figura 6. A partir dos dados obtidos, pôde-se notar que a função matemática necessária para descrição do

movimento seria uma função periódica, e dado formato característico, especificamente uma função senoidal especificada na equação 1.

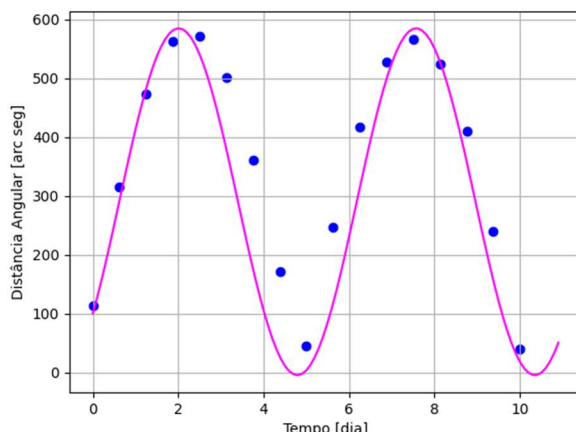


Figura 8 - Gráfico da elongação de Calisto ao longo do tempo

A análise desses pontos pode ser feita por meio do software livre e gratuito *Scidavis* de plotagem e análise de dados. Não por coincidência a equação que melhor se ajusta aos pontos é uma função trigonométrica do tipo:

$$y = 295 \text{ sen } (0,37t - 0,7)$$

Assim como argumentado para o resultado do *Tracker* a equação obtida também pode ser relacionada com a eq. 1.

Uma conclusão interessante que pode ser derivada dessa análise é o período orbital da Lua de Júpiter utilizando a eq. 2:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{0,37} \cong 17 \text{ dias}$$

COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Lado a lado, a interpretação gráfica obtida pelo *Tracker* e *Stellarium* nos permite comparar as soluções obtidas:

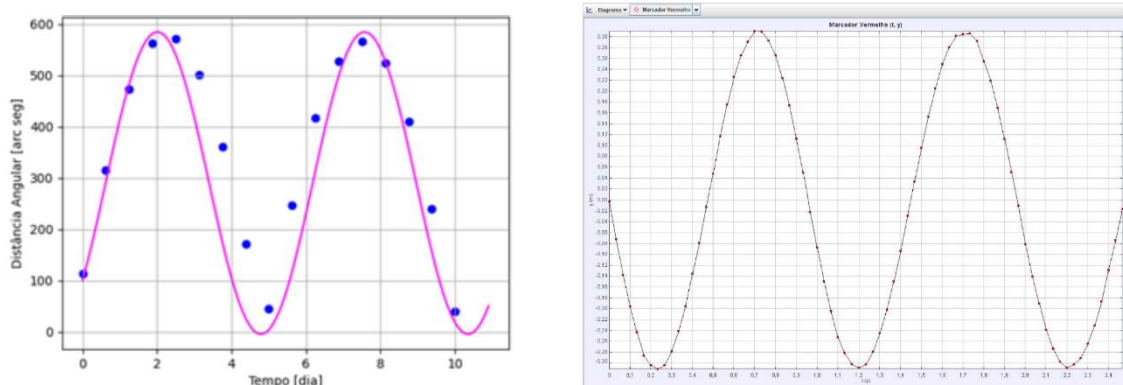


Figura 9 – Comparação dos ajustes obtidos na análise do Tracker e Stellarium

A relação gráfica obtida pelo ajuste dos pontos para ambos os movimentos nos permite argumentar que tanto a projeção do *MCU* da roda da bicicleta via



videoanálise com o *Tracker*, quanto a projeção do *MCU* das luas via *Stellarium* são ajustáveis em uma equação trigonométrica compatível com as características de um oscilador harmônico. A motivação dessa interpretação diz respeito a compatibilidade funcional dos fenômenos que explica como esses dois movimentos são ajustáveis com a mesma interpretação matemática de uma função trigonométrica.

CONCLUSÃO

A presente proposta consiste em uma tentativa de apresentar uma nova abordagem a conteúdos tradicionais do currículo do ensino de física básica por meio da temática da astronomia. O resultado obtido na análise gráfica dos fenômenos abordados por meio do *Tracker* e *Stellarium* nos permite argumentar que a atual proposta é uma solução para tratar da relação do *MCU* e *MHS* em turmas da educação básica onde o uso de *Equações Diferenciais* não é uma possibilidade.

Outro resultado interessante é que a análise permite com que os alunos aprendam sobre como aconteceram as descobertas científicas que hoje fazem parte do cotidiano moderno pela própria construção da Ciência, colocando-os como atores nessas descobertas, transportando-os para a Pádua de 1610 e despertando o interesse pela pesquisa científica ao abordar um conteúdo curricular do ensino de física por meio da epifania da descoberta das luas galileanas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BORDIN, G. D.; PERES, M. V.; FLORCZAK, M. A.; LENZ, J. A.; BEZERRA JUNIOR, A. G. Uma Revisão Sistemática de Literatura sobre a Utilização do Software de Videoanálise Tracker em Alguns Periódicos Brasileiros. **Abakós**, v. 10, n. 1, p. 89-116, 13 maio 2022.

GALILEI, Galileo. **A mensagem das estrelas**. Museu de Astronomia e Ciências Afins, 1987. [1610]

_____. **Sidereus Nuncius: O Mensageiro das Estrelas**, Tradução de Henrique Leitão, 3ª Ed, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 2010

_____. **Opere di Galileo Galilei Linceo nobile fiorentino..:2!**. 1718.ZOTTI, Georg MENESES, Margarida Irene da Rocha de. **Instrumento didático para ensino de conceitos de movimento harmônico simples e movimento circular no contexto da aprendizagem significativa ausubeliana**. 2022.

NUSSENZVEIG, Herch Moysés. **Curso de Física Básica: fluidos, oscilações e ondas, calor**. Editora Blucher, 2018.

SALAZART, Ana Cláudia Wrasse. **Utilizando luas do sistema solar para associar o movimento circular uniforme e o movimento harmônico simples através do método instrução pelos colegas**. 2016.

STELLARIUM. Portal de distribuição dos desenvolvedores. 2021. Disponível em: <http://www.stellarium.org/pt_BR/>. Acesso em 24 jun. 2022.

SILVA, E. S. Estudo da relação entre o movimento circular uniforme e o movimento harmônico simples utilizando a videoanálise de uma roda de bicicleta. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 40, 2017.

WOLF, Alexander. **Stellarium 0.20. 4 User Guide**. online. Accessed June, 2020.